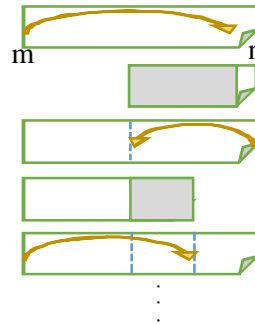


# 折り紙 1 枚で数学に夢中になる授業

～ I C T 活用実践 数列の極限～

長方形の 1 組の向かい合う 2 辺を  $m$ 、 $n$  とする。最初、 $m$  と  $n$  が平行なまま  $m$  を折り畳み、折り目を付ける。その折り目に  $n$  を合わせて折る。またその折り目に  $m$  を合わせて折る。これを繰り返すと折り目は紙を 3 等分するところに収束する。



## <教材観>

“日常生活や社会の事象の数学化”は、数学の知識・技能を具体的な事象に活用する場面であり、紙を折る位置と座標の対応を体験することは数学の有用性を感じる重要な機会となる。単純な紙を折る作業の繰り返しによって収束するこの例は、漸化式を立てて極限を考察する問題としてはやや難しいところがあるが、生徒の興味を引く良い例である。生徒の状況に応じて、紙の 1 辺の長さや最初に折る位置などに具体値を当てはめて取り組むなど、生徒が活動し易いように工夫して活用したい。

## <指導観>

前述のように、“日常生活や社会の事象の数学化”は重要な場面であるから、最初の復習を I C T の活用でスムーズに済ませ、生徒の考察に十分な時間を与えたい。また、“事象の数学化”は難しさも伴うものであるため、最初の試行で事象をよく観察させて変化の特徴を捉えさせることが要となる。それにより、紙の折る長さの数列を実験で確かめたり、折り目の位置を座標に対応させたりすることを生徒自身で発見できるように誘導したい。また、生徒の出来具合を見て、できている生徒の考えを I C T を活用して全員に見せたり、授業者からヒントを与えたりして進め、全員がそれぞれの方法で数学化を達成するところまで指導したい。

## 本時の I C T 利用のポイント

I C T を授業に活用するにあたって、以下の点に重点を置いて授業案を作成した。

- ① 授業時間内で生徒が主体的に取り組む時間が増加すること
- ② 視覚化されることで理解がしやすくなること、生徒個々の要求に対応できること
- ③ 作業（予習や準備）が効率的であり、仕事量が従前より減少すること

- ① I C T を活用することで、今まで時間がかかっていた作業を短時間で達成することが可能となる。例えば、デジタル教科書や実物投影機を用いて板書の時間を省略することや、生徒の理解度や意見をアプリを活用して瞬時に集約することなどである。そして、I C T 活用によってできた余剰時間を生徒の活動時間に充てることができる。ただし、生徒の見やすさの確保\*1 や生徒のスマートフォンの活用\*2 などの課題を解決しなければならない。

\*1 単に教科書の 1 ページを映すと字が小さくて見にくい。一部分を拡大して映すなど。

\*2 この指導案は生徒全員がスマートフォンを持参し、授業の中で活用することを前提とする。

- ② その場面でなぜICTを活用するのか、を明確にする。この観点から見ると、数学では論理を視覚的に捉えさせる場面、動的にグラフや図を見ることで変化を捉える場面など、その利用に必然性がある。言葉や図だけでは伝わりにくいことを可視化することでイメージし理解し易くできる。ただし、このことを実現するためにはある程度のICT技術\*3が必要である。また、実物投影機で教科書、手書きの説明メモ、生徒のノートなどを映し出したり、グラフソフトのサンプルファイルを使ったりするだけでも生徒の視覚に訴える授業を展開することができるので、まずはこれらを実践するとよい。

\*3 この授業ではプレゼンテーションソフトのアニメーション機能を利用して、紙を折る様子を再現した。

- ③ 働き方改革を踏まえると、教材の準備においても、同程度の結果が期待できるならば、より効率的な方法を選択すべきである。多少の効果の有効性のために、必要以上に工夫を凝らしてデジタル教材を作成することは、これに反すると考える。各教員が作成した有用な教材を自由に共有できる環境が今後必要であると考ええる。

## 1 単元指導計画

(1) 単元名：数列の極限

(2) 単元の目標

数列の極限について理解し、数列 $\{r^n\}$ の極限などを基に簡単な数列の極限を求めることができる。また、数列の極限を事象の考察に活用することができる。

(3) 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
数列の極限に関心を持ち、具体的な事象の問題解決に活用しようとしている。	数列の極限を具体的な事象の考察に活用することができる。	数列の極限に関する基本的な性質を活用し、数列の極限を求めることができる。	数列の極限の概念を理解し、数列の極限に関する基本的な性質を知識として身に付けている。

(4) 指導と評価の計画（5時間）

時間	目標、●活動	評価規準	評価方法
1時	数列の「極限」、「発散」、「収束」の意味を理解し、簡単な数列の極限を求めることができる。 ●数列を考察し、簡単な数列の極限を求める。	数列の極限に関心を持つ。【関】 数列の極限に関する基本的な性質を理解している。【知】	観察 生徒との対話 プリント
2時	はさみうちの原理を理解し、数列の極限に関する基本的な性質とともに活用して数列の極限を求めることができる。 ●はさみうちの原理を利用して、数列の極限を求める。	はさみうちの原理を理解し活用することができる。【考】 数列の極限を求めることができる。【技】	観察 生徒との対話 プリント

3 時	<p>無限等比数列が収束するための公比の条件を理解し、それらを活用して極限を求めることができる。</p> <p>●無限等比数列について、公比 <math>r</math> の値ごとにその極限を調べる。</p>	<p>無限等比数列の収束するための公比の条件を理解している。【知】 無限等比数列の極限を調べることができる。 【技】</p>	<p>観察 生徒との対話 プリント</p>
4 時	<p>漸化式で定められる数列の極限を求めることができる。</p> <p>●漸化式で定められた数列の極限を求める。</p>	<p>漸化式で定められる数列の極限を求めることができる。【技】</p>	<p>観察 生徒との対話 プリント</p>
5 時 本 時	<p>日常生活や社会の事象を数学化することで漸化式を立て、その極限を求めることにより事象を説明することができる。</p> <p>●3等分折りを観察し、その事象を数学化する。漸化式を立て、数列の極限を求めることで、事象の説明をする。</p>	<p>事象を観察し、数学的な表現を用いて表現しようとする。【関】 事象を数学化（立式）できる。【考】</p>	<p>観察 生徒との対話 プリント</p>

## 2 学習指導案

日 時	令和○年 ○月 ○日 ○限		指 導 者	○○ ○○
指導クラス	○年 ○組		場 所	○○教室
単 元 名	数学Ⅲ 極限 数列の極限		使用教材	教科書、プリント、 教員用タブレット、 生徒用スマートフォン
教 材 観	“日常生活や社会の事象の数学化”は、数学の知識・技能を日常生活や社会の事象に活用する場面であり、紙を折る位置と座標の対応を体験することは数学の有用性を感じる重要な機会となる。紙を折るという単純な作業の繰り返しを元にしたこの教材は、漸化式を立てて極限を考察する問題としてはやや難しいが、生徒の興味を引くことができる。			
ク ラ ス 観	内容が理解しにくい場合にはすぐに質問できる生徒が複数いて、そのことがクラス全員の理解につながる人が多いクラスである。学習が遅れる生徒が若干いるが、数学を理解しようとする姿勢があり、意見交換などは活発にできる。			
指 導 観	前時の復習をICTの活用でスムーズに済ませ、生徒の考察に十分な時間を与えたい。また、“日常生活や社会の事象の数学化”は難しさを伴うので、最初の試行で事象をよく観察させて変化の特徴を捉えさせる必要がある。紙を折る活動を通して、端から折り目までの長さに着目したり、折り目の位置を座標に対応させたりして生徒自身で数列を発見できるように誘導したい。また、生徒の出来具合を見て、できている生徒の考えをICTを活用して全員に見せたり、授業者からヒントを与えたりして進め、全員がそれぞれの方法で数学化を達成するところまで指導したい。			
単元の目標	数列の極限について理解し、数列 $\{r^n\}$ の極限などを基に簡単な数列の極限を求めることができる。また、数列の極限を事象の考察に活用することができる。		本時の位置	5 / 5
本時の目標	日常生活や社会の事象を数学化することで漸化式を立て、その極限を求めることにより事象を説明することができる。			
評 価 規 準	<ul style="list-style-type: none"> <li>・事象を観察し、数学的な表現を用いて表現しようとする。【関】</li> <li>・事象を数学化(立式)できる。【考】</li> </ul>			
過程 (時間)	学 習 項 目 (指導のねらい)	学 習 活 動 (□: 指示・説明、○: 発問・活動)	指 導 上 の 留 意 点 ・ 観 点 別 評 価 (→: 評価方法、★: ICT利用)	
本 時 の 展 開				
導 入 (10分)	前時の復習  課題の観察と予想	<input type="checkbox"/> 宿題の解説 質問がある場合は解説をする。 全員が解けている場合は解説に触れずに、後の考察時間に充てる。 <input type="checkbox"/> 課題提示、例示	★アンケートコンテンツを用いて生徒が事前に「分からない」と回答した問題を把握しておき、それを解説する。 ★実物投影機を利用する。	
		長方形の紙を適当に折る。その折り目に紙の端を合わせて折る。その折り目に、反対側の端を合わせて折る。これを繰り返すと折り目の位置はどうなりますか。		
		<input type="checkbox"/> 最初の折り目の位置を様々にして試す。 <input type="checkbox"/> 周囲との交流 <input type="checkbox"/> 最初の折り方に関わらず、折り目の位置が同じ場所に近づいて行きそうであることを確認する。	★プレゼンテーションソフトや実物投影機を利用して、折り方が分かるようにする。 <b>折り目の位置がどのようになって行くかを調べようとする。【関】</b> →観察、生徒との対話	
展 開  (35分)	課題の数学化	<input type="checkbox"/> この事象を、漸化式を利用して数式で表して確かめよう。  <input type="checkbox"/> 漸化式を立てる。周囲の生徒と交流する。これを2、3度繰り返す。	★折り目がついていく様子をプレゼンテーションや実物投影機を利用して見せ、立式するためのヒントとする。 ・誰も気付かない場合は、文字の置き方や座標の設定などのヒントを	

	漸化式の計算と極限	<input type="checkbox"/> 数人が方針を決めた時点で、それを全体へ紹介し、他の生徒へのヒントとする。 <input type="checkbox"/> 生徒の様々な考え方を紹介し、全体で共有する。 <input type="checkbox"/> 立てた漸化式を解いて、極限を調べる。 <input type="checkbox"/> 最初の折り方によらず、極限が同じになることを確かめる。	示す。 ★タブレットのカメラで該当生徒のプリントを写し、プロジェクタで映す。 <b>事象を数学的な表現（漸化式）を用いて表現しようとする。【関】</b> →観察、プリント ★タブレットのカメラで該当生徒のプリントを写し、プロジェクタで映す。 <b>事象を数学化（立式）できる。</b> <b>【考】</b> →プリント ・残り時間や生徒の状況に応じて模範解答を解説する。（生徒の考えの共有で終わってもよい）
まとめ(5)分	本時のまとめ	<input type="checkbox"/> 日常生活や社会の事象の結果を、数学を活用することで解説できることを伝える。 <input type="checkbox"/> アンケートに答える。 <input type="checkbox"/> 収束する他の例を調べてみる。	・日常生活や社会の事象を数学化できたか、漸化式の処理はできたかを振り返る。 ★アンケートコンテンツで答えさせて、集約する。

### 3 使用する ICT 機器及びデジタルコンテンツ

- ・プロジェクタ
- ・実物投影機
- ・プレゼンテーションソフト
- ・数学用プリント配信ソフト
- ・アンケートコンテンツ

#### (授業を行う上での諸注意)

<前時> 宿題プリントを作成、配付し、アンケートコンテンツで自己評価のアンケートを作成し、生徒に配信する。解答後、アンケートに答えるように指示する。

プリントの各問について、「自力で解けた」「解答を見て理解できた」「解説をしてほしい」などの選択肢を用意して回答させる。

<準備> 宿題で生徒が分からない問題があったかを、授業前にアンケートコンテンツで確認する。

プレゼンテーションソフトで説明および解説用のスライドを用意する。

アンケートコンテンツで自己評価用アンケートを作成し、生徒に配信する。

課題プリント、および半分に切った折り紙などの長方形の紙（1人2枚程度）を用意する。

<参考> 次の課題は発展として扱うことができる。

長方形の紙を半分に折る。その折り目と一方の端を合わせて折る。次に、その折り目ともう一つ前の折り目を合わせて折る。これを繰り返すと折り目の位置はどうなりますか。