

プリント①

問題

底面の半径が1，高さが1の円錐面（円錐の側面）を表す方程式を次の選択肢から選び，スマホで返答しなさい。それが円錐面であると判断できる理由を答えなさい（方程式を導いても良い）。

① $z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (0 \leq z \leq 1)$

② $z = x^2 + y^2 \quad (0 \leq z \leq 1)$

③ $z = |x| + |y| \quad (0 \leq z \leq 1)$

課題1の
QRコード
を貼る

図などを描いて自分で考えよう（相談なし、制限時間 8分）

解答欄（まずは考察の結果をスマホで答えよう）

底面の半径が1，高さが1の円錐面（円錐の側面）を表す方程式は 番。
理由

()組()番 名前()


問題

ガイドのQRコード

$z^2 = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq 1$)をy軸のまわりに1回転するとき, その図形の体積を定積分で表しなさい。

ガイドのQRコードを貼る

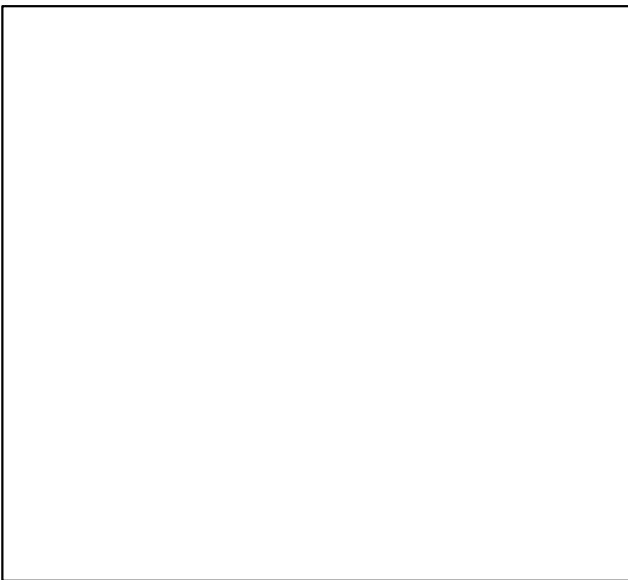
①



②



③



④



⑤



問題

$z^2 = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq 1$) を y 軸のまわりに1回転するとき, その図形の体積を定積分で表しなさい。

解答欄

プリント③ まとめ

◎空間図形の方程式を考察するために有効な手段

空間図形と軸に垂直な平面との共通部分の方程式を求める

原点に頂点があり、底面の半径が1で高さが1の円錐面の、平面 $z=t$ ($t>0$) における断面は $(0, 0, t)$ を中心とする円である。

さらに、平面 $y=0$ での断面を考えると、半直線 $z=\pm x$ ($z\geq 0$) が得られるため、 $z=t$ における円の半径は t となる。

原点に頂点があり、底面の半径が1で高さが1の円錐面は、原点、 $(1, 0, 0)$ 、 $(0, 0, 1)$ を頂点とする直角二等辺三角形を z 軸のまわりに回転させた立体である。よって $P(x, y, z)$ を円錐面上にとるとき、 $\vec{a}=(0, 0, 1)$ に対して、 $\vec{a}\cdot\vec{OP}=z$ であり、 \vec{a} と \vec{OP} のなす角が 45° であることに注意すると、

$$\vec{a}\cdot\vec{OP}=1\cdot\sqrt{x^2+y^2+z^2}\cdot\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{2}}$$

$$z=\frac{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{2}}$$

から z の範囲に注意して、円錐面の方程式が得られる。

◎方程式が表す空間図形を考察するために有効な手段

軸に垂直な平面との共通部分を方程式から読み取る

曲面 $z^2=x^2+y^2$ と平面 $z=t$ ($t>0$) の共通部分は、 $t=x^2+y^2$ となる。
→平面 $z=t$ 上では中心 $(0, 0, t)$ 、半径 t の円を描く。

曲面 $z^2=x^2+y^2$ と平面 $y=t$ ($t>0$) の共通部分は、 $z^2-x^2=t^2$ となる。
→平面 $y=t$ 上では頂点が $(0, \pm t, 0)$ の双曲線を描く。

曲面 $z^2=x^2+y^2$ と平面 $y=0$ の共通部分は、 $z=\pm x$ となる。
→平面 $y=0$ 上では2本の直線を描く。

宿題の
QRコード
を貼る

プリント④ アンケート

- 問 1
円錐面の方程式について、十分に考察できましたか。
◎ ○ △ ×
- 問 2
円錐面の方程式の導出について、理解できましたか。
◎ ○ △ ×
- 問 3
回転体の体積の式について、十分に考察できましたか。
◎ ○ △ ×
- 問 4
回転体の体積の式の導出について、理解できましたか。
◎ ○ △ ×
- 問 5
図形の映像は見やすかったですか。
◎ ○ △ ×
- 問 6
白板の文字は見やすかったですか。
◎ ○ △ ×
- 問 7
今日の授業について、自由に感想を述べてください。

()組()番 名前()