数学科学習指導案

科　　目　　名	数学Ⅲ	指　　導　　者	
日　　　　　時	令和〇年〇月〇日（〇）〇限目	場　　　　　所	
指 導 ク ラ ス	２年〇組（〇人）	使　用　教　材	教科書 授業プリント

単　　元　　名	数列の極限（課題学習）
教　　材　　観	解けない漸化式の極限を求めることは教科書の学習内容を発展させたものであり、課題学習の位置づけである。そのため前時の授業から生徒の学力に対応した問題を段階的に取り上げることで、数学を苦手とする生徒も取り組むことができるよう工夫している。また難しい内容ではあるが、既習事項との関連性を強めることで主体的な学習を促すことができる。さらに「はさみうちの原理」から数列の極限を求めることは数学の良さを認識させるだけでなく、学習意欲を含めた数学的に考える資質や能力を高めることができる教材である。
ク　ラ　ス　観	理系クラスの中では数学を苦手とする生徒がやや多く学力差の大きいクラスではあるが、全体的に学習意欲が高く活気がある。また自分の意見や考え方を交流する場面では、周囲の生徒と積極的にコミュニケーションを取ることができ、分からないことに対しても前向きに解決しようとする姿勢が見られる。本時においては他者と協力して課題を解決していくことができるようグループ学習を取り入れ、主体的に授業に参加できるようにした。本時は発展的な内容であるため数学を苦手とする生徒同士で固まってしまわないようグループ編成にも留意したい。
指　　導　　観	漸化式で定められる数列の極限を、グラフを利用して調べる方法は前時の授業で学習済みである。本時においても、まずはこの図形的な方法で極限を求められることが重要になってくる。そのため授業の最初に前時の内容確認を丁寧に行い、発展問題への繋がりを意識させたい。最初は図での理解でよいが、その次に極限値を「はさみうちの原理」でどう説明するかはグループ内で意見交流を通し考察を深めさせたい。また初項の値によって収束したり発散したりするため、グラフを用いることでこのような初項と極限の関係にも気付かせたい。

単 元 の 目 標	極限について概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数列の値の変化に着目し、極限について問題解決の過程や結果・考察を振り返って、統合的・発展的に考察することができるようにする。また、極限について数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度を身に付ける。	本 時 の 位 置	12/12

本 時 の 目 標	解けない漸化式の極限を「はさみうちの原理」で求められるようにする。
評　価　規　準	グラフを用いて漸化式を多角的に捉えたり、目的に応じて適切に変形したりして極限を求める方法を考察しようとしている。　【主体的に学習に取り組む態度】 数学的論証に基づいて（「はさみうちの原理」を用いて）極限を判断できる。　【思考・判断・表現】

本　時　の　展　開

過程時間	学習項目（指導のねらい）	学　習　活　動 （□：指示・説明，〇：発問・活動）	指導上の留意点・観点別評価 【　　】→評価方法
導入3分	前時の復習（漸化式の極限を図形的に捉える方法を確認する）	□４人グループで着席。プリント配布。 □前時の課題を復習する。 **前時の課題**　**次のように定められる数列$\{a_n\}$を考える。** $\boldsymbol{a_1=2,\ a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+3\ (n=1,2,3\cdot\cdot\cdot)}$ **この数列$\{a_n\}$の極限を，$y=x$と$y=\frac{1}{2}x+3$のグラフを利用して調べる方法を考えよ。**	・PowerPointで前時の内容（グラフを用いて極限を調べる方法)について次の①②を確認する。 ①　漸化式の機能（次々に前の項を代入して次の項を求めるということ） ②　漸化式$a_{n+1}=pa_n+q(p\neq 1)$から得られる直線$y=px+q$と直線$y=x$との関係
展開52分	課題１（解けない漸化式の極限を予想し、「はさみうちの原理」で証明できることを理	□課題１を提示する。 **課題１**　**次のように定められる数列$\{a_n\}$の極限を調べよ。** $\boldsymbol{a_1=4,\ a_{n+1}=\frac{{a_n}^2+5}{6}}$	・漸化式は解けないことに気付かせる。 ・$y=x$と$y=1/6x^2+5/6$のグラフから極限値を予想できることに気付かせる。

	解する）	○課題１に取り組む。個人で考える。（10分） ＜予想される取組＞ ・グラフを用いて調べ、$a_n \to 1$　を予想している。 ・$a_{n+1} - 1 = 1/6(a_n + 1)(a_n - 1)$ と変形している。 ○課題１をグループで交流する。（5分） ＜予想される取組＞ ・$a_{n+1} - 1$ $= 1/6(a_n + 1)(a_n - 1)$ $= 1/6(a_n + 1)$・$1/6(a_{n-1} + 1)(a_{n-1} - 1)$ $= 1/6(a_n + 1)$・$1/6(a_{n-1} + 1)$・$1/6(a_{n-2} + 1)(a_{n-2} - 1)$ ・・・ $= (1/6)^n(a_n + 1)(a_{n-1} + 1)$・・・$(a_1 + 1)(a_1 - 1)$　※ と変形している。 ○考えたところまでを発表する。（5分） 　→書画カメラで生徒の答案を投影する。 □生徒の解答を補足する形で解説する。（10分） ○この漸化式は初項が変わるとどうなるか？	・個人で考える時間は指示・説明などを行わない。 **グラフを用いて漸化式を多角的に捉えたり、目的に応じて適切に変形したりして極限を求める方法を考察しようとしている。** **【主体性】→机間指導** ・手が止まっている場合、交流が活発に行えるよう①～③を段階的に各グループへ助言する。 ①　$\lim a_n = 1$ を示すために $a_{n+1} - 1 = 1/6(a_n + 1)(a_n - 1)$を導く。 ②　$1 < a_n \leqq 4$ であることを用いてよい。（証明は後回し） ・生徒が考えたことを引き出しながら解答へ導く。 ・「はさみうちの原理」をどのように用いるかを丁寧に説明する。 **数学的論証に基づいて（「はさみうちの原理」を用いて）極限を判断できる。** **【思・判・表】→机間指導・発表** ・グラフを見て予想できることに気が付かせる。
	課題２ （解けない漸化式の極限を予想し、「はさみうちの原理」で証明できるようにする）	□課題２を提示する。 **$\boxed{\text{課題２}}$　課題１において，a_1を次のようにしたとき，数列$\{a_n\}$の極限を調べよ。** **(1) $a_1 = 6$　(2) $a_1 = 0$** ○課題２に取り組む。 　個人・グループで考える。（10分） ○できた生徒が発表する。（6分） 　→書画カメラで生徒の答案を投影する。 □生徒の解答を補足する形で解説する。（6分）	・極限値を予想するだけでなく，課題１を参考に証明させる。 ・(2)は絶対値をとって「はさみうちの原理」を用いるとよいことに気付かせる。 ・数学を苦手としている生徒は(1)だけでもよい。 **数学的論証に基づいて（「はさみうちの原理」を用いて）極限を判断できる。** **【思・判・表】→机間指導・発表**
まとめ５分	本時のまとめ 本時の授業の振り返り（生徒の理解度を確認する） 課題３ （本時の内容を深める）	□本時の感想を記入し、次回の授業時に提出することを指示する。（5 分） □授業プリントに課題３（任意課題）を提示しておく。 □課題３は任意課題とし、考察したことを次回の授業時に提出するよう指示する。 **$\boxed{\text{課題３}}$　解けない漸化式を自分で立てて、その数列の極限を調べよ。** **例　$a_1 = 1$，$a_{n+1} = 1/a_n + 1$** **　　$a_1 = 1$，$a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}$**	・解けない漸化式をいくつか提示する。自分で設定してもよいが、提示した漸化式の極限を調べてもよい。 **グラフを用いて漸化式を多角的に捉えたり、目的に応じて適切に変形したりして極限を求める方法を考察しようとしている。** **【主体性】→プリントの内容** **数学的論証に基づいて（「はさみうちの原理」を用いて）極限を判断できる。** **【思・判・表】→プリントの内容**