

## 1 単元指導計画

(1) 単元名：指数関数と対数関数（数学Ⅱ 第2節 対数関数）

(2) 単元の目標

- ・対数の意味とその基本的な性質について理解し、簡単な対数の計算を行うことができ、対数関数の値の変化やグラフの特徴について理解することができる。
- ・指数関数及び対数関数の式とグラフの関係について、多面的に考察し、二つの数量関係に着目することができる。また、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決し、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察することができる。
- ・対数関数とそのグラフや値の変化に興味をもつとともに、対数の性質を用いて方程式・不等式の解や、関数の最大値・最小値を求めようとする。また、問題解決の過程を振り返って考察を深め、評価・改善しようとしている。

(3) 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
① 対数関数の意味や対数の性質を理解し、基礎的な知識を身に付けている。 ② 対数関数の値の変化やグラフの特徴について理解している。	① 指数と対数を相互に関連付けて考察することができる。 ② 指数関数及び対数関数の式とグラフの関係について、多面的に考察することができる。 ③ 二つの数量の関係に着目し、日常生活の事象や社会の事象などを数学的に捉えることができる。	① 対数関数とそのグラフや値の変化に興味をもつとともに、対数の性質を用いて方程式・不等式の解や、関数の最大値・最小値を求めるようとする。 ② 問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

(4) 指導と評価の計画（7時間）

時間	目標、●活動	評価規準	評価方法
1時 本時	対数の意味や指数との関係を理解し、簡単な対数の値を求めることができる。 ●指数関数で学習したことを確認しながら課題に取り組む。	対数の性質に基づいた、基本的な計算ができる。【知①】	机間指導
2時	対数の性質を理解し、対数の和や差を求めることができる。底の変換公式を理解する。 ●対数の性質を確認し、対数の和や差を求める問題を演習として扱う。	底の変換公式を使うことができる。【知①】 指数と対数を相互に関連付けて考察できる。【思①】	机間指導 小テスト
3時	対数関数のグラフの特徴を捉え、グラフを描くことができる。対数関数の性質を理解し、活用することができる。 ●グラフの形状をもとに、対数関数の性質を説明する。対数を用いて表された数の大小関係を比較する問題を扱う。	対数のグラフの特徴が理解できる。【知②】 対数関数の式とグラフの関係について、多面的に考察することができる。【思②】	机間指導 小テスト

4時	対数関数の性質を利用して、対数を含む方程式や不等式を解くことができる。 ●対数関数の性質を振り返り、教科書の応用例題である対数を含む方程式や不等式の問題を扱う。その際、底の変換など対数の性質を利用して、解答を導いていく。	対数関数とそのグラフや値の変化に着目しながら、対数の性質を用いて方程式・不等式の解を求めようとする。【主①】 対数関数の式とグラフの関係について、多面的に考察し、方程式や不等式を解くことができる。【思①】	机間指導 小テスト
5時	常用対数の考え方をを用いて、大きな数の桁数を求めることができる。 ●常用対数の意味を説明し、常用対数表を紹介する。また、常用対数表を用いて常用対数の値を求める問題や、大きな数の桁数を求める問題を解説する。	$n$ 桁の数、小数首位が第 $n$ 位の数を、不等式で表現することができる。【知②】 指数と対数を相互に関連付けて考察することで、桁数の問題や小数首位問題などには、常用対数の利用が必要であることを理解することができる。【思①】	机間指導 小テスト
6時	対数関数の応用問題を解くことができる。 ●教科書の応用例題や、 $x > 1$ の範囲で $x$ の関数 $y = \log_3\left(\frac{x^5}{27}\right) + \log_x\left(\frac{243}{\sqrt[3]{x}}\right)$ の最小値の値と、そのときの $x$ の値を求める問題を扱うことで、対数の性質を用いながら、対数関数の最大値や最小値を求める問題を扱う。	やや複雑な対数の問題に対しても、問題解決の過程を振り返り、よりよい解法を見つけようとする。【主②】 対数の性質を用いて、対数関数の最大値や最小値を求めようとしている。【主①】	机間指導 小テスト
7時	対数が身近な生活において、どのように活用されているのか理解することができる。 ●ピアノがどうして12音階なのかを対数を用いて、数学的に考えていく。	音程と周波数の常用対数に着目し、「平均律音階」について理解するとともに、1オクターブが12音であることを数学的に理解することができる。【思③】 問題解決に向けて評価・改善したりしようとしている。【主①】	レポート課題

## 2 学習指導案

日 時	令和〇年〇月〇日(〇)第〇限	指 導 者	〇〇 〇〇
指導クラス	〇年〇組(〇〇名)	場 所	〇年〇組教室
単 元 名	第5章 指数関数と対数関数 (数学Ⅱ) 第Ⅱ節 対数関数	使用教材 及び教具	教科書 数学Ⅱ 問題集
教 材 観	対数関数は指数関数、三角関数とともに、数学においては基本的な関数であるが、対数などの新たな概念や定義、記号や用語の取り扱いが必要である。そのため、生徒にとってはなかなか理解しにくい教材のひとつである。しかしながら、自然科学や社会学など多くの分野で活用されており、身近な現象を考察するのに役立つ考え方である。また、対数を扱うことで、大きな数を小さな数で扱うことができたり、極めて桁の大きい数の積や商を和や差を用いた式に変形して計算することができたりと、数学を学ぶことの意義を感じやすい単元でもある。		

クラス観	理系クラスで、多くの生徒が理科の生物を選択している。数学を苦手とする生徒が多く、学年の中でも静かでおとなしいクラスである。そのため、会話をしやすいように安心できる雰囲気づくりと、発言しやすいよう発問に工夫をする必要がある。		
指導観	この単元では、初めて式の中に $\log$ という記号が出てくる。そのため、生徒が新しい知識の意味や必要性を感じられるように、既習事項とのつながりを持たせながら指導する。また、底や真数について考えるとき、成立しない式を含めて扱うこととするが、混乱させないよう留意する。		
本時の目標	・対数関数の意味や性質を理解する。 ・底や真数について理解する。	本時の位置	1 / 7
評価規準	対数の性質に基づいた、基本的な計算ができる。【知識・技能①】		
本時の展開			
過程 (時間)	学習項目 (指導のねらい)	学習活動 (□：指示・説明，○：発問・活動)	指導上の留意点・観点別評価 (→：評価方法)
導入 5分	色々な数について復習する	<input type="checkbox"/> 課題1を提示する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">           次の値を求めよ。            (1) <math>2x + 1 = 0</math>            (2) <math>x^2 = 2</math>            (3) <math>x^2 + 1 = 0</math> </div> <input type="checkbox"/> 各自で取り組みましょう。 <input type="checkbox"/> ペアワークで解答の確認しよう。  <input type="checkbox"/> 課題1で出てきた数はどのような数か、ペアで説明しよう。  <input type="checkbox"/> 小学校1年生から、様々な数を学習し、数の概念を拡張してきたことを説明する。	・時間がかかり過ぎないようにする。  ・生徒の様子を観察し、答えを求めることができたら解説は行わない。  ・本時の学習に繋げることを意識する。
展開 ① 10分	今まで学習した数では、表すことができない数が存在することに気付かせる   対数関数について導入する	<input type="checkbox"/> 課題2を提示する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">           次の値を求めよ。            (1) <math>2^x = 1</math> のとき、<math>x =</math>            (2) <math>2^x = 2</math> のとき、<math>x =</math>            (3) <math>2^x = \sqrt{2}</math> のとき、<math>x =</math>            (4) <math>2^x = 3</math> のとき、<math>x =</math>            (5) <math>2^x = 4</math> のとき、<math>x =</math> </div> <input type="checkbox"/> 各自で取り組みましょう。 <input type="checkbox"/> ペアワークで解答の確認しよう。  <input type="checkbox"/> 板書で必要事項をまとめる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <math>M = a^p \Leftrightarrow \log_a M = p</math> </div>	・指数関数を含む方程式から、 $2^x = 3$ の解は、今まで習ってきた数では表現できないことに気付かせる。  ・このとき文字の変域はあえて書かない。

		<p><input type="checkbox"/> <math>a</math>は底, <math>M</math>は真数を表す。</p> <p><input type="checkbox"/> <math>\log_2 3</math>はどれくらいの大きさか, 周りと確認しよう。</p>	<p>・ <math>1 &lt; \log_2 3 &lt; 2</math> であるため, 1. <math>\circ\circ</math>ぐらいになるという程度にとどめる。</p>
<p>展開② 30分</p>	<p>指数と対数の相互関係を理解する</p> <p>対数に慣れるとともに, 対数における底, 真数条件の存在に気付かせる</p> <p>底と真数の条件を理解する</p>	<p><input type="checkbox"/> 課題3の提示</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>右辺はどのように表されるか。 <math>8 = 2^3 \Leftrightarrow</math></p> </div> <p><input type="checkbox"/> ペアワークで解答を確認しよう。 <math>\log_2 8 = 3</math></p> <p><input type="checkbox"/> 課題4を提示し, 説明する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>次の値を求めよ。</p> <p>(1) <math>\log_4 64</math>      (2) <math>\log_{10} \frac{1}{100}</math></p> <p>(3) <math>\log_9 3</math>      (4) <math>\log_1 2</math></p> <p>(5) <math>\log_{\sqrt{5}} 25</math>      (6) <math>\log_{-2} 8</math></p> <p>(7) <math>\log_3 1</math></p> </div> <p><input type="checkbox"/> 問題(1) ~ (7)に個人で取り組むもう。</p> <p><input type="checkbox"/> ペアワークで自分の考えたことを交流しよう。 <input type="checkbox"/> (3)まで解説する。</p> <p><input type="checkbox"/> (4)以降について, 再度考えるように指示する。 <input type="checkbox"/> 分からない問題は飛ばすことと, 答えが出ない問題があることを説明する。 <input type="checkbox"/> 再度, ペアワークで自分の考えたことを交流しましょう。 <input type="checkbox"/> 課題5を提示する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>どうして, (4), (6)は答えを出すことができないのかを考えよう。</p> </div> <p><input type="checkbox"/> ペアワークで自分の考えたことを交流しよう。 <input type="checkbox"/> いくつかのペアを指名し, 答えを出</p>	<p>・このあと右辺の値を求めていくことを指示する。</p> <p>・対数の性質に基づいた, 基本的な計算ができる。 【知①】 →机間指導</p> <p>・値を出すことができない式について, この時点では触れない。</p> <p>・(4)以降は追加で時間をとる。</p> <p>・主値などの大学数学の内容等の話は行わず, 深入りはしない。実数の範囲で考えた際に, 底や真数にする</p>

	<p>対数に慣れる</p>	<p>することができない理由を発表するように指示する。</p> <p>○(4) (6)は値が出せないことから、底と真数の条件を個人で考える。</p> <p>○ペアワークで自分の考えたことを交流しよう。</p> <p>□いくつかのペアを指名し、底と真数の条件を発表するように指示する。</p> <p>□底と真数の条件についてまとめる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <math display="block">a &gt; 0, a \neq 1, M &gt; 0 \text{ のとき}</math> <math display="block">M = a^p \Leftrightarrow \log_a M = p</math> </div> <p>○練習問題(課題4の類題)を通して、対数に慣れよう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>次の値を求めよ。</p> <p>(1) <math>\log_2 2^5</math>      (2) <math>\log_5 25</math></p> <p>(3) <math>\log_3 \frac{1}{27}</math>      (4) <math>\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16}</math></p> <p>(5) <math>\log_{10} 0.1</math>      (6) <math>\log_{\frac{1}{3}} 3</math></p> <p>(7) <math>\log_2 \sqrt[3]{2}</math>      (8) <math>\log_{\sqrt{5}} 5</math></p> <p>(9) <math>\log_{100} 1</math>      (10) <math>\log_1 100</math></p> <p>(11) <math>\log_2(-3)</math>      (12) <math>\log_{-5} 5</math></p> </div> <p>□追加の課題6を提示する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <math>y = \log_2 x</math>のグラフがどのような形になるのか予想してみよう。 </div>	<p>することができない数が存在すること程度にとどめる。</p> <p>・練習問題では、問題集を参考にしながらも、底や真数の条件から(実数範囲で考えた際に、)解が存在しない問題も加える。</p> <p>・対数の性質に基づいた、基本的な計算ができる。 【知①】 →机間指導</p> <p>・あくまでも時間が余った場合にのみ行う内容であり、無理に取り扱わない。</p>
<p>まとめ 5分</p>	<p>本時の振り返り</p>	<p>□本時のまとめを行う。</p>	<p>・今回行った、底や真数に関する条件は第4時以降の学習に繋がっていくため、常に意識していく必要があることを簡潔に伝える。</p>